Séminaire technique APRONA

Les méthodes de traitement des séries temporelles : application à l'hydrogéologie

Introduction aux méthodes géostatistiques applicables à l'hydrogéologie : application à la caractérisation de panaches de contaminants

Chantal de FOUQUET
Ecole des mines de Paris

Mardi 30 novembre 2021
Maison de la Région, Strasbourg

Introduction

Mesures de qualité ou de charge dans les cours d’eau et les nappes

- occasionnelles, régulières ou en continu
- directes (prélèvements) ou indirectes

Dans quel but ?

- suivis spécifiques : périodes de fortes concentrations, étiages…
- rapportage environnemental systématique
- cartographies de l ’état de la nappe à intervalles réguliers

Estimation de concentrations, comparaison à un seuil réglementaire

Quantification des incertitudes d’estimation

Détection d’anomalies dans les données

► traitements ou méthodes géostatistiques

Sur des exemples

- Estimation d’une moyenne annuelle
- Quelles relations entre modèle déterministe et observations ?
- Autre façon de combiner modèle déterministe et observations : le krigeage avec variogramme numérique

1. Indicateurs de Qualité des cours d'eau : estimation de la « moyenne annuelle »

Rapportage environnemental

<u>Objectifs</u>

Améliorer les indicateurs statistiques de qualité des cours d'eau :

Moyenne annuelle (micro polluants), Quantile 90 (nutriments)

<u>Contexte</u>

SEQ-EAU

Directive cadre européenne

<u>Collaboration</u>

- ministère de l'écologie et du développement durable
- agences de l'eau Loire-Bretagne et Rhin-Meuse
- IFEN

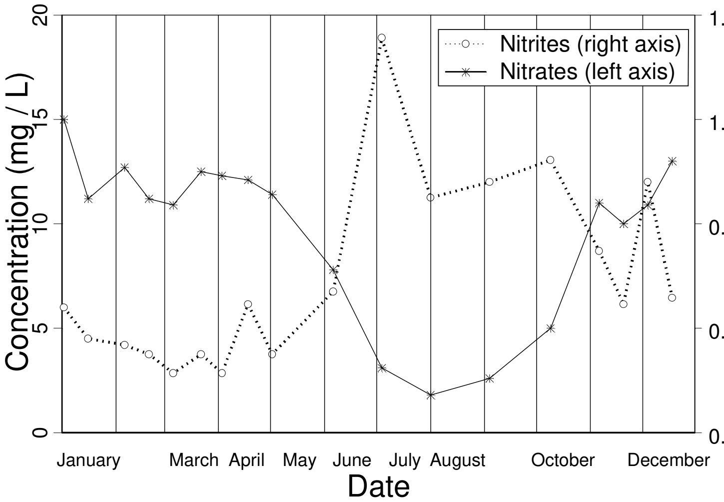
Quelles améliorations?

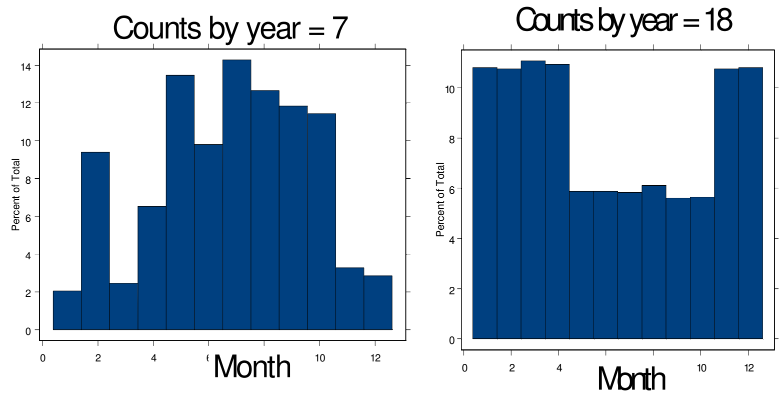
Les calculs statistiques usuels ne tiennent pas compte des corrélations temporelles ou spatiales

Saisonnalité des concentrations dans les cours d’eau :

valeurs fortes en hiver, faibles en été ou réciproquement.

→ *L’échantillonnage orienté induit des biais d’estimation.*





La moyenne annuelle (1)

En statistique, la moyenne annuelle est interprétée comme un paramètre :

l'espérance m de la loi des concentrations

Pour l'estimation,

- Les tirages sont supposés indépendants
- *n* mesures $X_1, X_2, ...X_n$
- <u>Moyenne arithmétique</u> $\bar{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$
- <u>Variance d'estimation</u>

$$Var\left(\bar{X}_n - m\right) = Var\left(\bar{X}_n\right) = \frac{\sigma^2}{n}$$

La moyenne annuelle (2)

En géostatistique, la moyenne annuelle est interprétée comme la version probabiliste de la moyenne temporelle sur un intervalle T

$$z_T = \frac{1}{T}\int_T z(t)dt \qquad \Rightarrow \qquad Z_T = \frac{1}{T}\int_T Z(t)dt$$

Z(t) fonction aléatoire

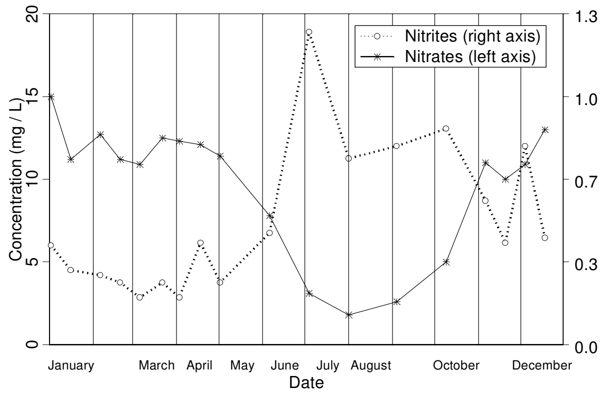
Corrélation temporelle : variogramme γ(t)

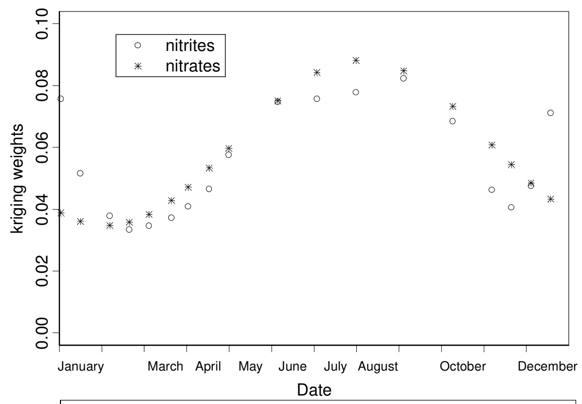
n mesures $Z_1, Z_2, \ldots. Z_n$

<u>Estimation par krigeage</u> $Z_T^* = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i Z_i$

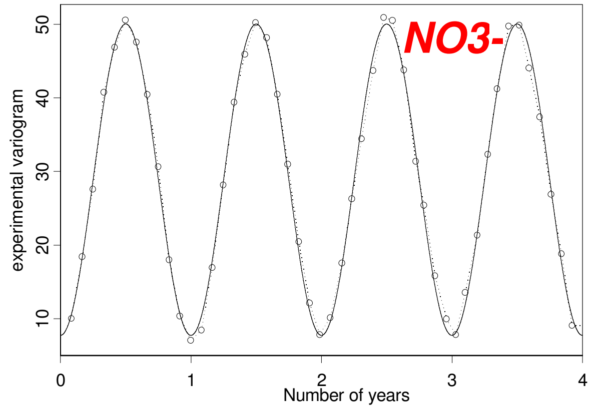
<u>Variance de l''erreur d''estimation</u> $Var(Z_T^* - Z_T)$

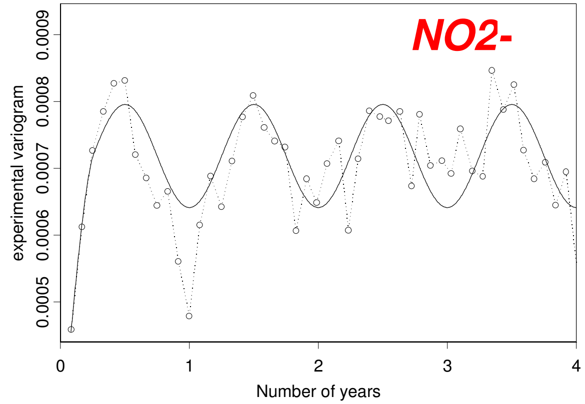
Exemple : nitrates et nitrites en une station





Chroniques et poids de krigeage

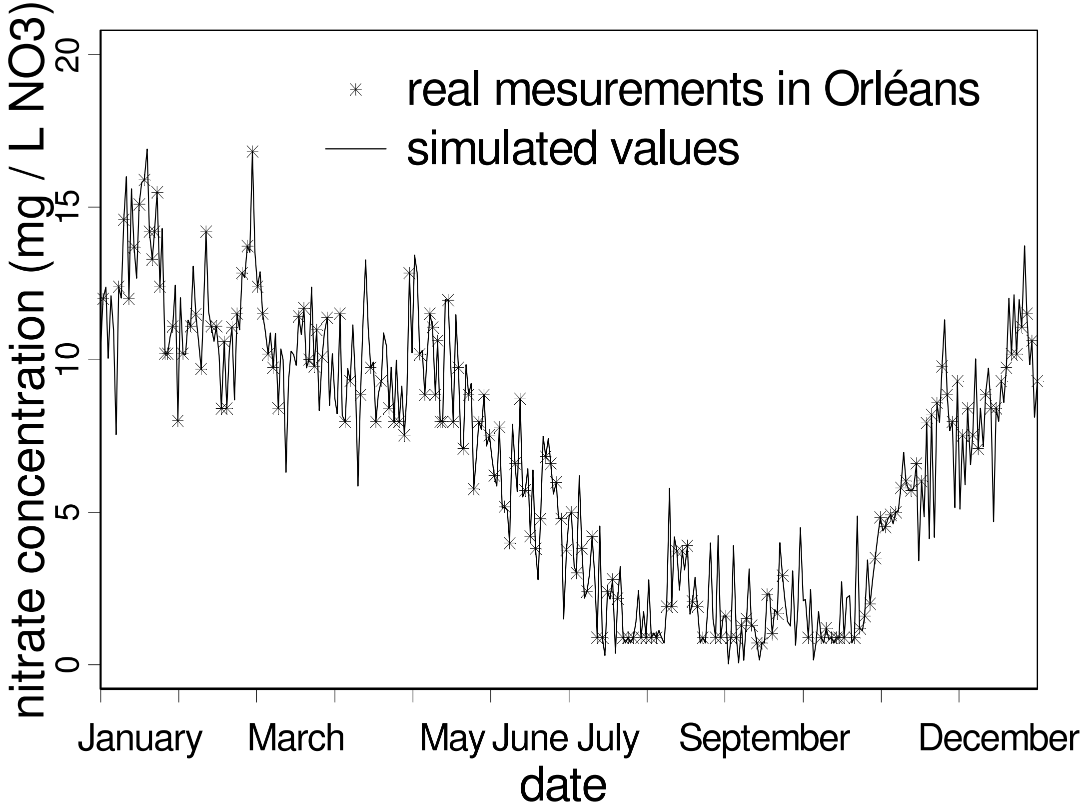




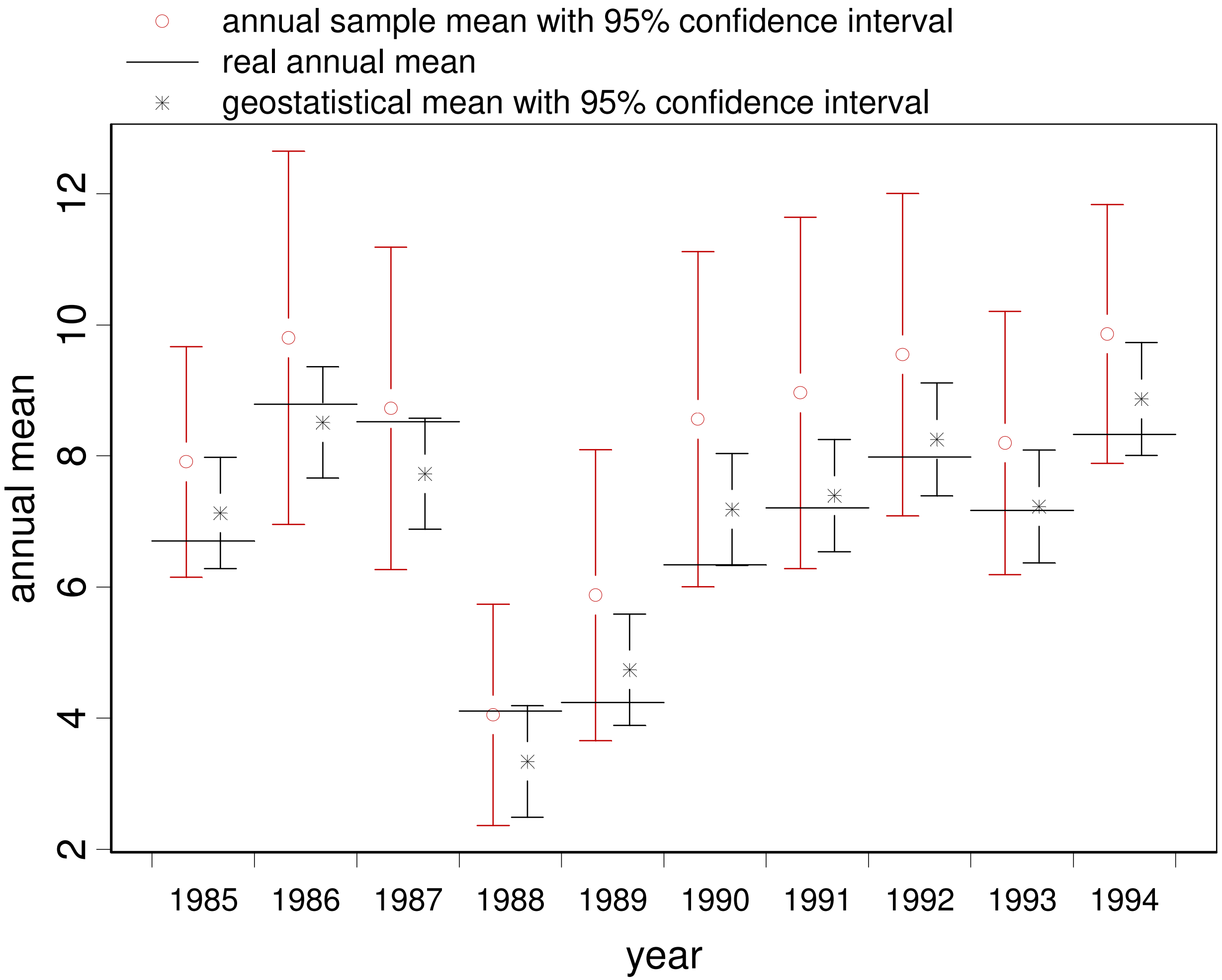
variogrammes

	Statistics		Geostatistics	
	Annual mean (sample mean)	Error standard deviation	Annual mean (kriging)	Error standard deviation
nitrates	9.69	0.9261	8.59	0.6893
nitrites	0.04927	0.00691	0.05467	0.00908

Tests sur simulations

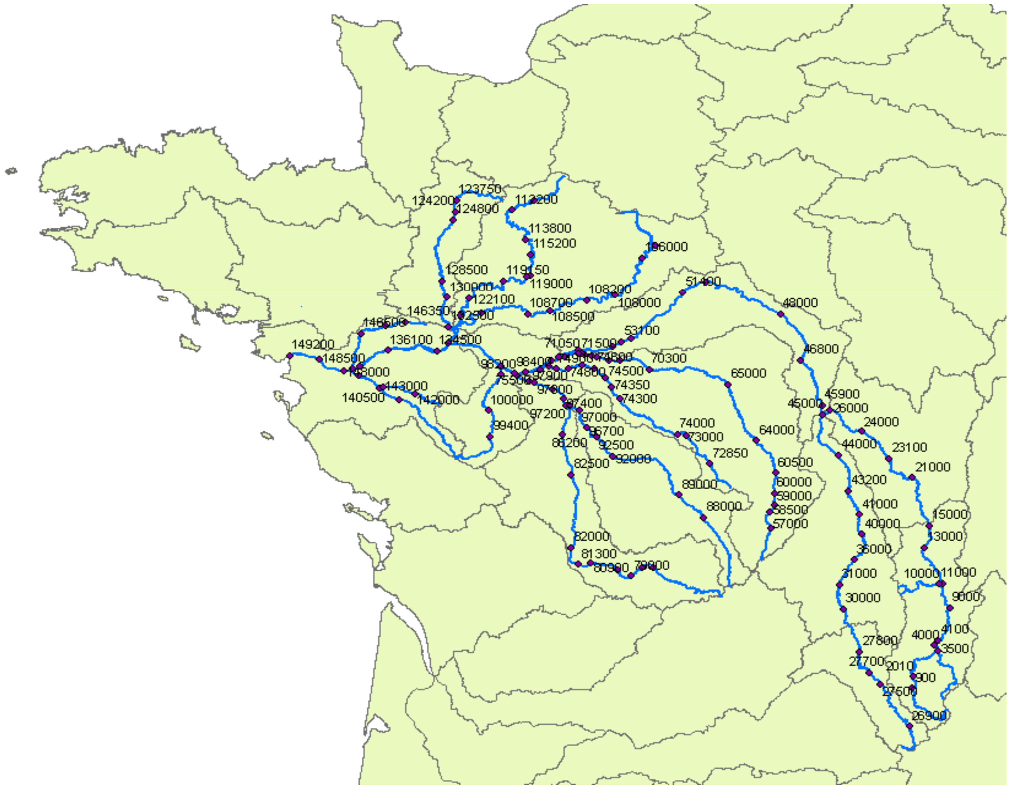


La moyenne annuelle

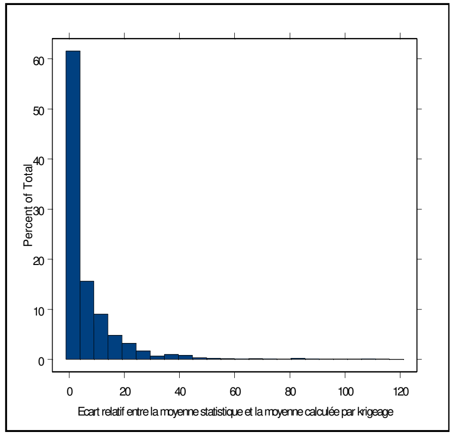


Bassin Loire Bretagne

Comparaison aux indicateurs statistiques



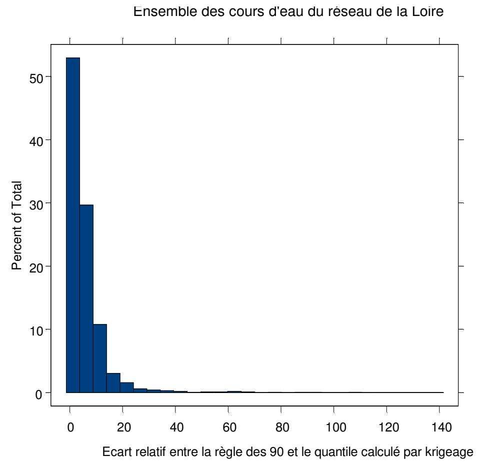
Moyenne annuelle



Ecarts relatifs (en %)

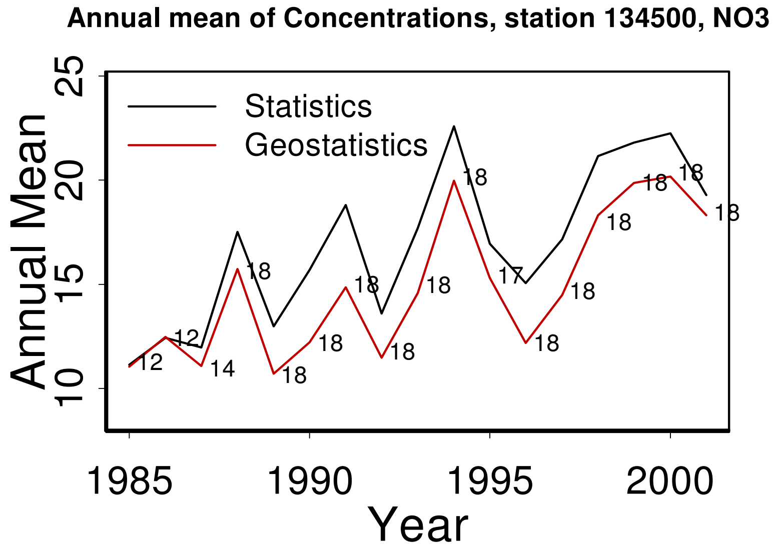
entre statistique et géostatistique

Quantile 90

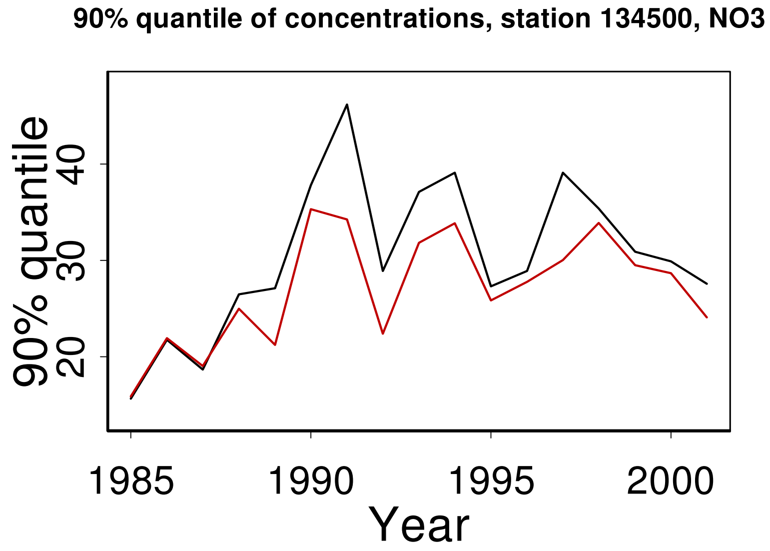


Evolution temporelle des concentrations

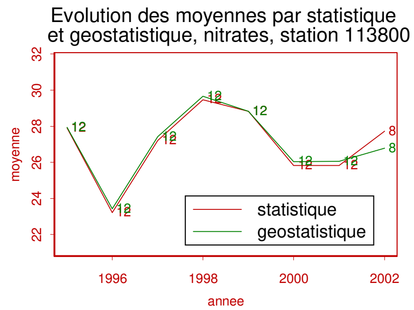
Moyenne annuelle

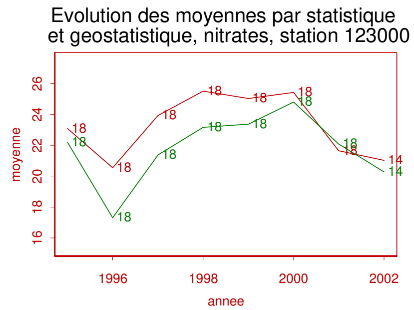


Quantile 90

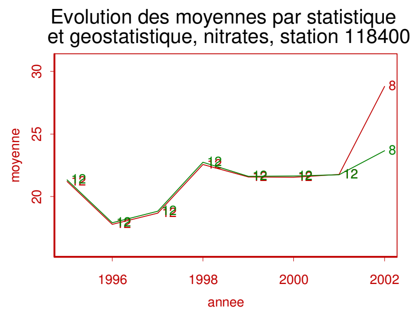


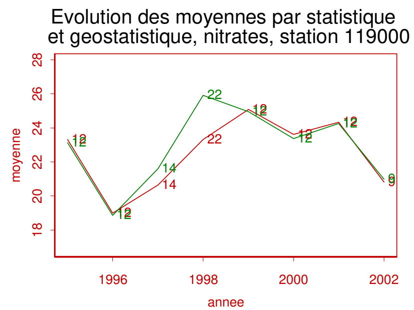
Evolution temporelle des concentrations



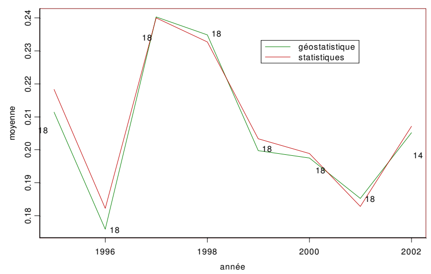


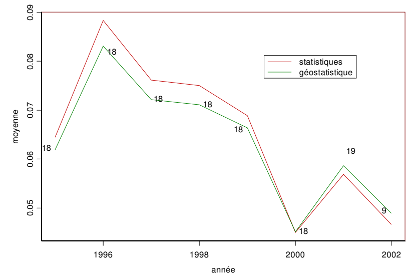
nitrates





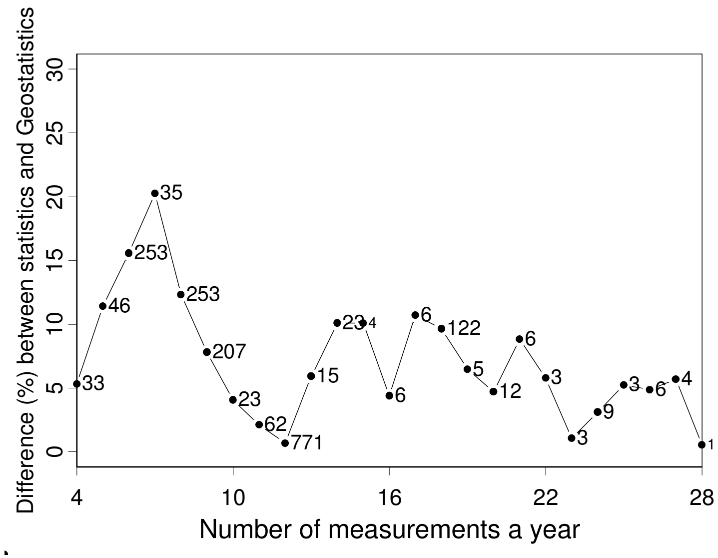
nitrites



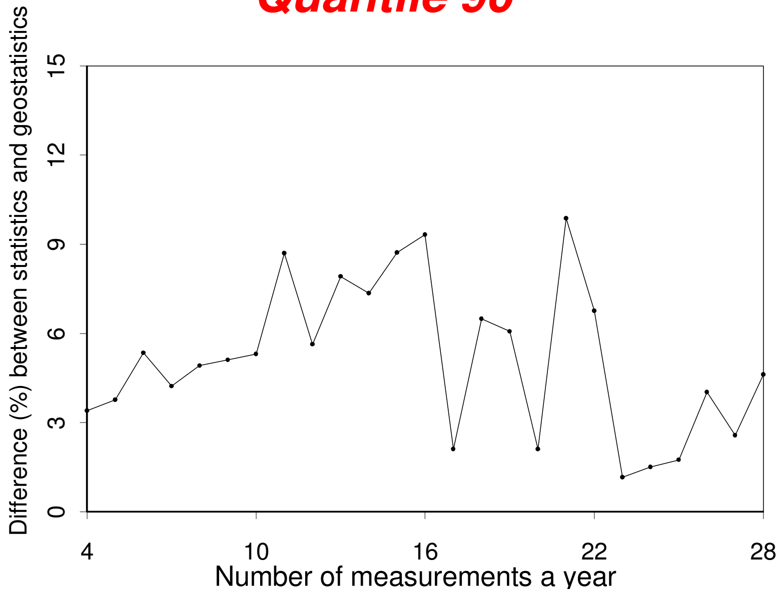


Ecart relatif
en fonction du nombre de mesures par an

Moyenne annuelle



Quantile 90



Compléments sur le krigeage

n_i dates de mesures l'année T_i

Krigeage de la moyenne annuelle $Z_{T,i} = \frac{1}{T}\int_{T_i} Z(t)dt$

$$Z_{T,i}^{*} = \sum \lambda_j Z(t_j)$$

A condition d'utiliser l'ensemble des données (années *i* et *i+1*) pour estimer chacune des moyennes annuelles, le krigeage de la différence

$$D = Z_{T,\, i+1} - Z_{T,i}$$

vérifie

$$D^{*} = Z_{T,\, i+1}^{*} - Z_{T,i}^{*}$$

Avantage : calcul de la précision de l'estimation de *D*

aussi calculable à partir des poids de krigeage des moyennes annuelles, comme variance d'une combinaison linéaire autorisée

Krigeage des moyennes annuelles et de leurs variations

Moyennes annuelles

$$\begin{bmatrix} \gamma_{\alpha\beta} & [1] \\ [1]^t & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda(T_i) \\ \mu(T_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\gamma}(t_\alpha, T_i) \\ 1 \end{bmatrix}$$

Variations

$$\begin{bmatrix} \gamma_{\alpha\beta} & [1] \\ [1]^t & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda(D) \\ \mu(D) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\gamma}(t_\alpha, D_i) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \bar{\gamma}(t_\alpha, T_{i+1}) - \bar{\gamma}(t_\alpha, T_i) \\ 1 - 1 \end{bmatrix}$$

- Bien préciser les grandeurs à estimer
  (paramètre espérance, régularisée temporelle)

- Le krigeage s'étend à l'estimation de toute combinaison linéaire de $Z(t_i)$ ou de $Z_{T,i}$

→ cartes de différences de moyennes annuelle, décennales …
et écart-type de l'erreur d'estimation associée

- application :
  adaptation de la fréquence de mesures pour un suivi temporel

2. Quelles relations entre modèles déterministes & observations ?

Chantal de Fouquet[a], Nicolas Flipo[a], Laurent Létinois[b], Laure Malherbe[b], **Edwige Polus-Lefèbvre[a,c]**, Michel Poulin[a], Antony Ung[b]

a) Ecole des mines de Paris (Mines ParisTech), b) INERIS

Extraits de la présentation
et de la thèsed'Edwige Polus-Lefèbvre (2010)
sur les relations entre Prose et observations (Seine)

Introduction

- Etat chimique et écologique des cours d'eau, pollution atmosphérique…

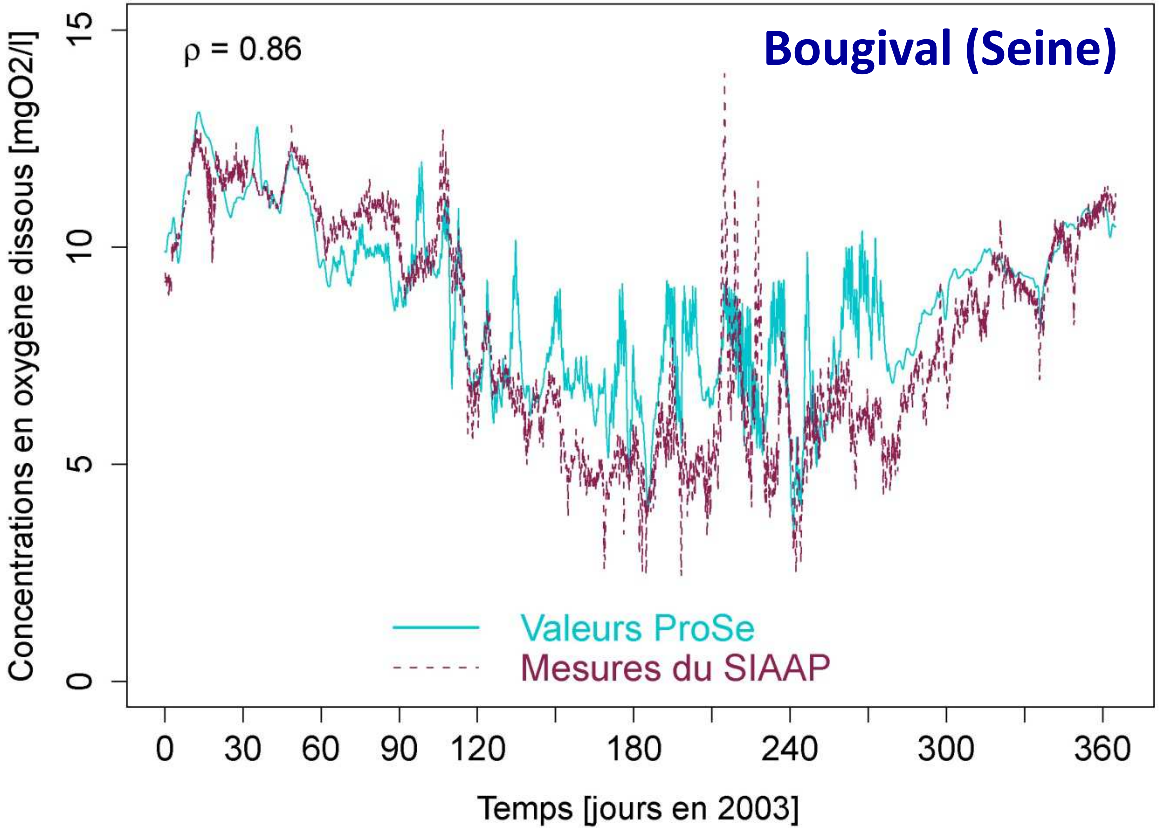
  ▸ **simulations déterministes** par modélisation numérique de phénomènes complexes

  ▸ **observations** en quelques stations

- **Constat** : les simulations diffèrent des observations

  Ces écarts ne s'expliquent pas par la différence de support spatial : observations « ponctuelles », simulations peuvent correspondre à «la moyenne par maille »

Concentration horaire en Oxygène dissous



Simulation ProSe

- reproduit les variations saisonnières

- Surestime les concentrations estivales

Introduction

- Comment combiner simulations déterministes et observations pour

  - « recaler » les simulations aux observations ?

  - améliorer le réalisme et la précision des estimations géostatistiques, en tenant compte des simulations déterministes ?

Relations entre modèle déterministe et observations

Présentation en contexte spatial.

Y : la « réalité »

Observations : $Z = Y + \varepsilon$, ε erreur de mesure en x_α

Modèle déterministe *S*, connu « partout »

Il est tentant de poser $Y = S + R$

- Estimation $Y^* = S + R^*$

Différentes méthodes: krigeage des« innovations » $R=Z-S$

assimilation de données

à partir d'une estimation monovariable du résidu R

Estimation du résidu : $Y^* = S + R^*$

- Y^* repasse par les observations,

  aux erreurs de mesures (modélisées) près

- Mais … attention aux hypothèses implicites :

  - pas de liaison spatiale entre simulation S et résidu R

  → en termes de Fonctions Aléatoires :

$$Y^* = S + R^K$$

est une simplification du cokrigeage de Y par S et Z *(Rivoirard, 2001)*

$$Y^* = S + R^{CK}$$

Estimation par krigeage du résidu

- $Y^* = S + R^{CK}$ se simplifie en $Y^* = S + R^K$

dans le cas du « modèle de Markov» où

- S connue partout est la variable maîtresse
- R le résidu, spatialement non corrélé à S

Alors, relations entre variogramme simples et croisés

$\gamma_{SR} = 0$, d'où $\gamma_{YS} = \gamma_S$, $\gamma_{YR} = \gamma_R$ et $\gamma_Y = \gamma_S + \gamma_R$

En présence d'une erreur de mesure de variance constante σ_ε^2 non corrélée à la valeur réelle Y

$\gamma_Z = \sigma_\varepsilon^2 + \gamma_S + \gamma_R$, $\gamma_{ZS} = \gamma_S$ et $\gamma_{ZR} = \gamma_R$

Généralisation à $Y = aS + b + R$

Question

Les variogrammes temporels, spatiaux ou spatio-temporels simples et croisés entre observations Z et modèle déterministe S sont-ils compatibles avec cette hypothèse ?

Autre modèle : *(Y,S)* en corrélation intrinsèque

Chilès, Séguret & al. 2008, pollution atmosphérique

- innovation Z - S est corrélée spatialement à S
- simulation S parfois plus variable que les observations

⇒ Modèle de corrélation intrinsèque entre réalité *Y* et simulation *S*

$$S(x) = w\,[\,r\,Y(x) + (1-r^2)^{1/2}\,Q(x)\,]$$

avec $\gamma_Q = \gamma_Y$ et *(Y, Q)* spatialement non corrélés

r : coefficient de corrélation entre *(Y,S)*

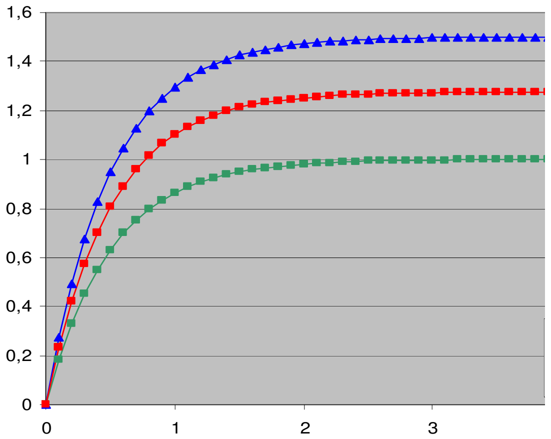
"intrinsèque" car ne dépend ni du champ, ni du support

Interprétation

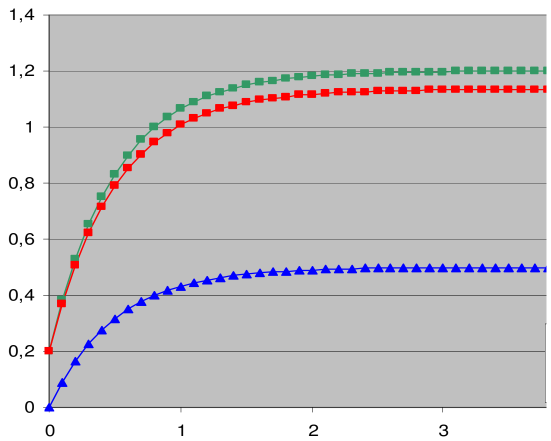
- S modifie l'amplitude des fluctuations : $\gamma_S = w^2\,\gamma_Y$
- S présente une composante Q non corrélée à Y

Différentes situations

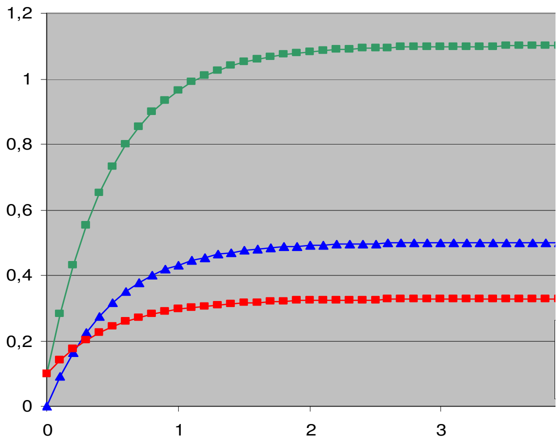
$w^2 = 1.5$, $r = 0.5$, $\sigma_\varepsilon^2 = 0$



$w^2 = 0.5$, $r = 0.4$, $\sigma_\varepsilon^2 = 0.2$



$w^2 = 0.5$, $r = 0.9$, $\sigma_\varepsilon^2 = 0.1$



Variograms

Observation Z

Innovation = $Z - S$

Simulation S

Chilès, Séguret et al., 2008

Généralisation : modèle linéaire de corégionalisation entre *S* et *Y*

• « Réalité » et simulation sont des combinaisons de plusieurs composantes structurales

$$Y(x) = \Sigma\, \omega_u\, [\, r_u\, S_u\, (x) + (1-r_u^2)^{½}\; T_u(x)\,] + T(x)$$

où S_u *et* T_u ont même variogramme γ_u et sont spatialement non corrélées

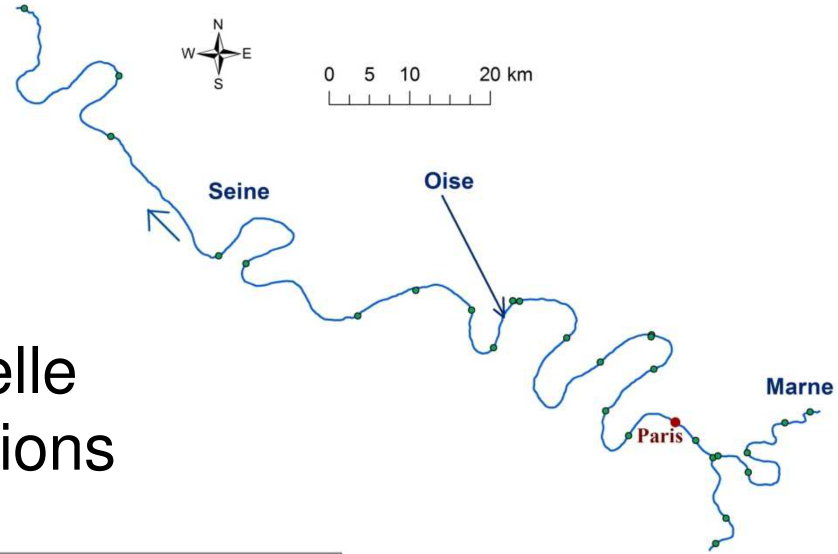
• Interprétation : Rapport d'amplitude ω_u des fluctuations et la corrélation r_u entre S et Y diffèrent selon les échelles de variabilité

$\Rightarrow$ Estimation de *Y* par **cokrigeage** de *Z* et *S*

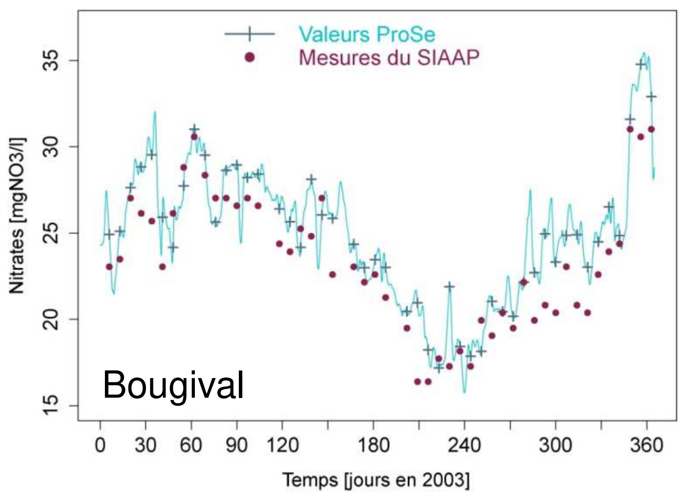
• Simplification du modèle de Markov : krigeage du "résidu"
ou krigeage avec *S* en dérive externe.

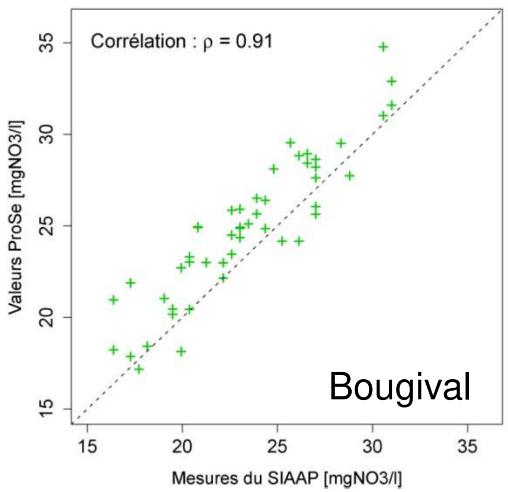
Concentrations dans la Seine

PROSE : modélisation hydro-écologique (C,N,P,O)
Maillage et observations



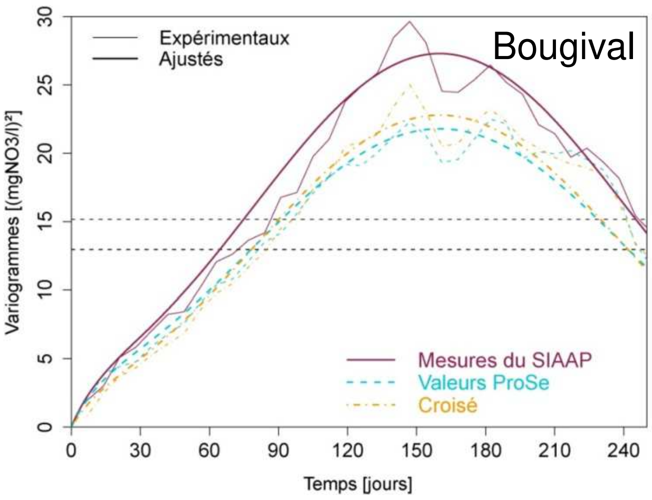
Dans le cas des nitrates, ProSe
• reproduit la variabilité temporelle
• mais surestime les concentrations





Variogrammes temporels des nitrates

Ajustement des variogrammes simples et croisés entre ProSe et les observations par le modèle linéaire de co-régionalisation



3 structures

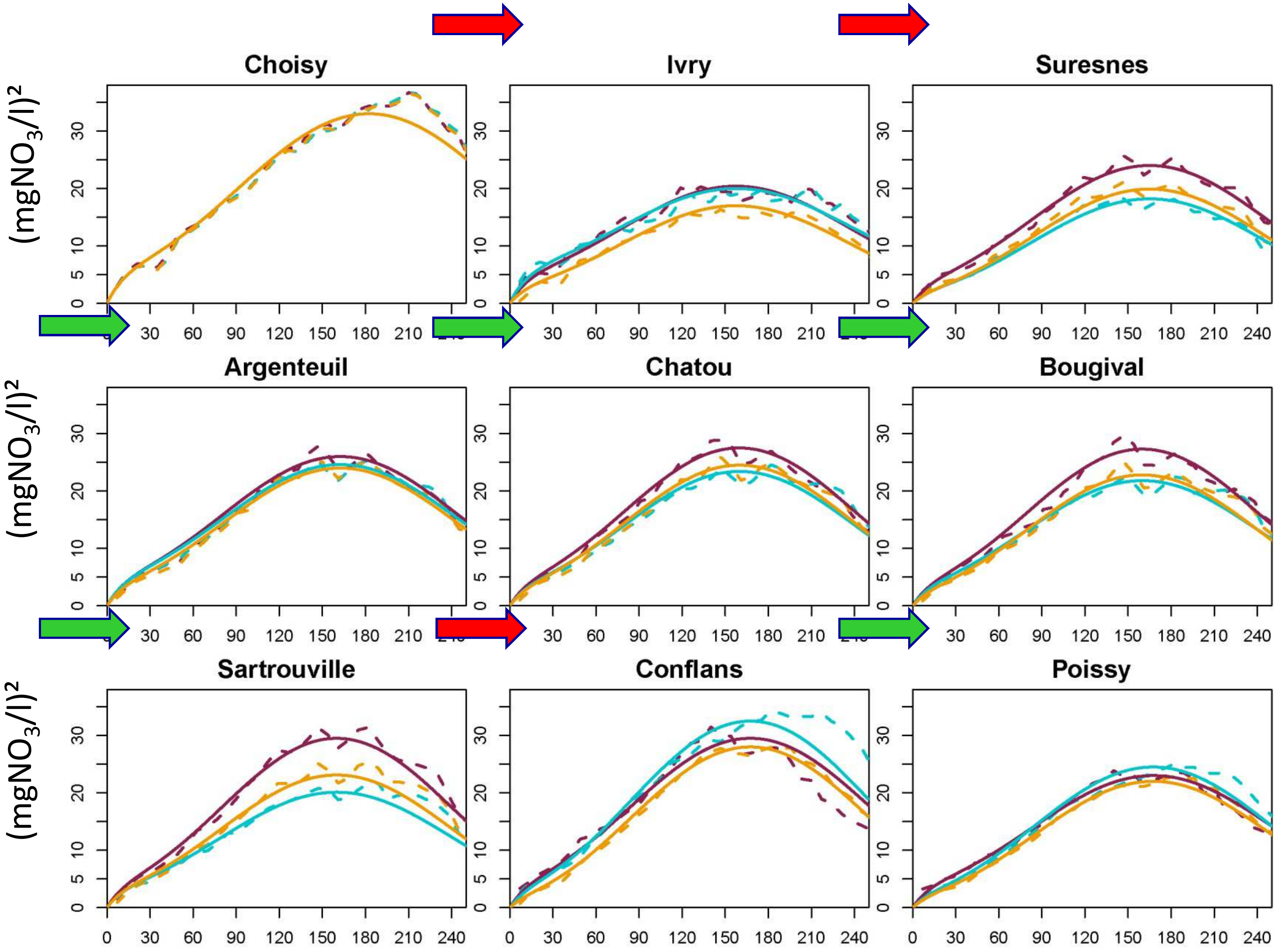
- Sinusoïdale (75%) saisonnalité
- Exponentielle (20%), portée pratique d'environ 30 jours
- Effet de pépite (5%)

  phénomènes de portée inférieure à la semaine

  erreurs de mesures

Evolution spatiale des coefficients

« Diagnostic » des simulations ProSe



γ_S : **Mesures du SIAAP**

γ_P : **Valeurs ProSe**

γ_{SP} : **Croisé**

- - - - - - - **Expérimentaux**

——— **Ajustements**

Evolution de l'amont vers l'aval

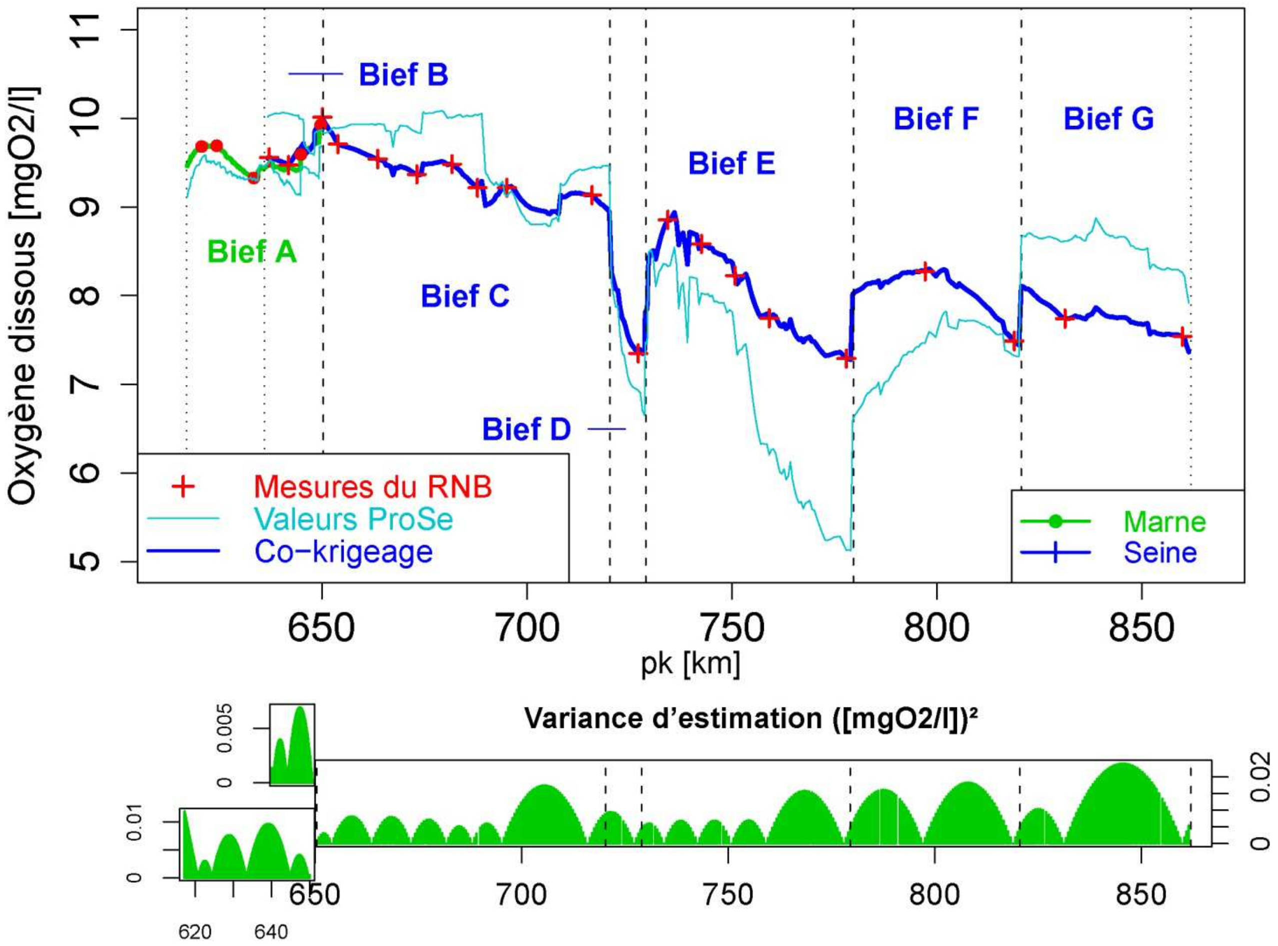
Evolution spatiale des coefficients du modèle linéaire de corégionalisation entre ProSe et les Observations

- variabilité → localisation des singularités
- corrélations → identification des imperfections de ProSe

$\Rightarrow$ amélioration de la caractérisation des flux entrants et des processus

O2 dissous. Co-krigeage spatial sur graphe entre ProSe et observations

Modèle de corrélation intrinsèque entre (Y,S), *r = 0.89*



- Toute méthode d'estimation comporte des hypothèses

- Les expliciter pour « utiliser au mieux » les données disponibles

- Complété par l'introduction de corrélations différées (Marcotte, 2012), le modèle linéaire de corégionalisation est très utile pour caractériser les relations entre simulations déterministes et observations

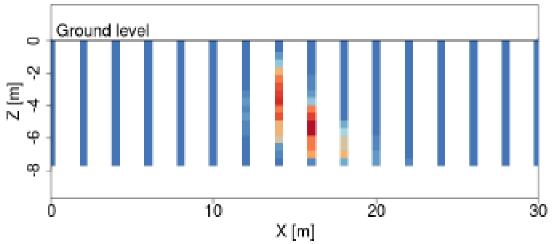
… mais d'autres liaisons bivariables sont possibles

3. Estimation géostatistique à base physique : application à la caractérisation de panaches de contaminants

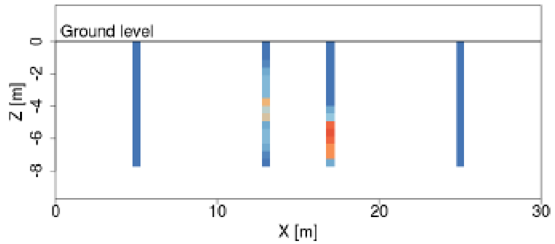
Léa Pannecoucke[1], Mathieu Le Coz[1], Xavier Freulon[2], Chantal de Fouquet[2]
[1]*Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire (IRSN), PSE-ENV, 92260 Fontenay-aux-Roses, France*
[2]*MINES ParisTech, PSL University, Centre de Géosciences, 77300 Fontainebleau, France*

Limites des méthodes géostatistiques usuelles

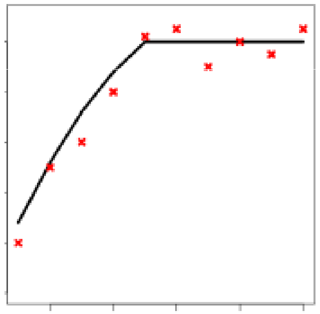
De nombreuses observations

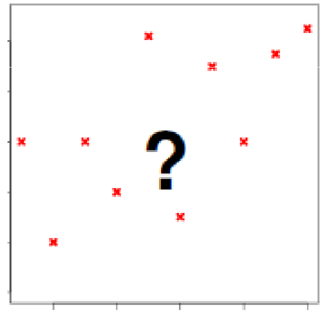


Un petit nombre d' observations

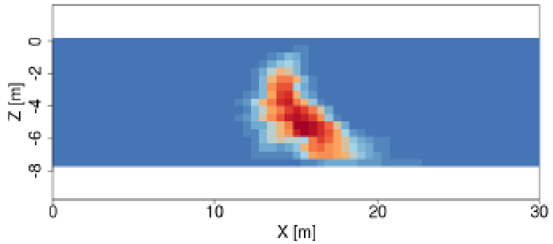


Ajustement du variogramme

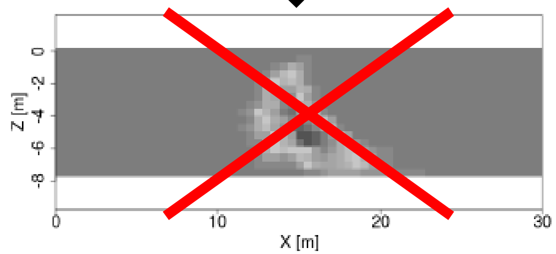




Krigeage



Krigeage?



Le projet Kri-Terres – ANDRA / PIA

Géostatistique	Simulations à base physique
+ Interpolateur exact + Structure spatiale modélisée - Difficultés de modélisation - Non prise en compte des phénomènes physique	+ Résolution des équations physiques - Paramètres d'entrée nombreux et calibration complexe - Simulations non conditionnées

- Combinaison du krigeage et des simulations de transport pour améliorer la précision et le réalisme des estimations

- Présentation extraite de la thèse de Léa Pannecoucke (2020)

Combinaison de la géostatistique et des simulations

❑ **Krigeage avec dérive externe** (Rivest et al. 2008; Rühaak et al. 2014; Varentsov et al. 2019)

$$Z(x)=m(x)+Y(x)$$

➢ la dérive *m(x)* est donnée par une simulation à base physique,

ou une combinaison linéaire de plusieurs simulations à base physique

❑ **Modélisation de la structure spatiale** à partir de simulations à base physique (Roth et al. 1998; Schwede et al. 2010; Yang et al. 2018)

➢ variogramme expérimental calculé sur une simulation, puis ajustement d'un modèle

➢ calcul de covariances ou de variogrammes empiriques à partir d'un ensemble de simulations

Incertitudes liées à la variabilité spatiale des paramètres hydrauliques MvG

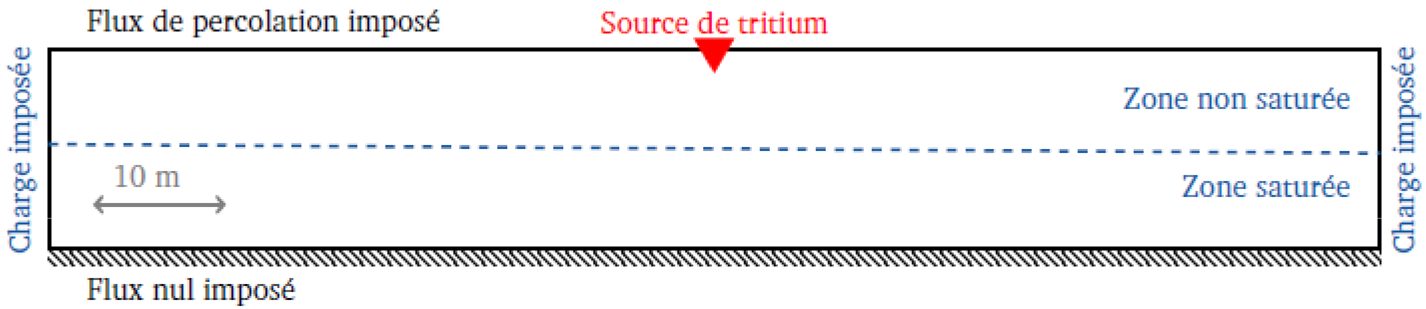
➔ Méthodes qui utilisent un ensemble de simulations

Modélisation des écoulements en zone non saturée

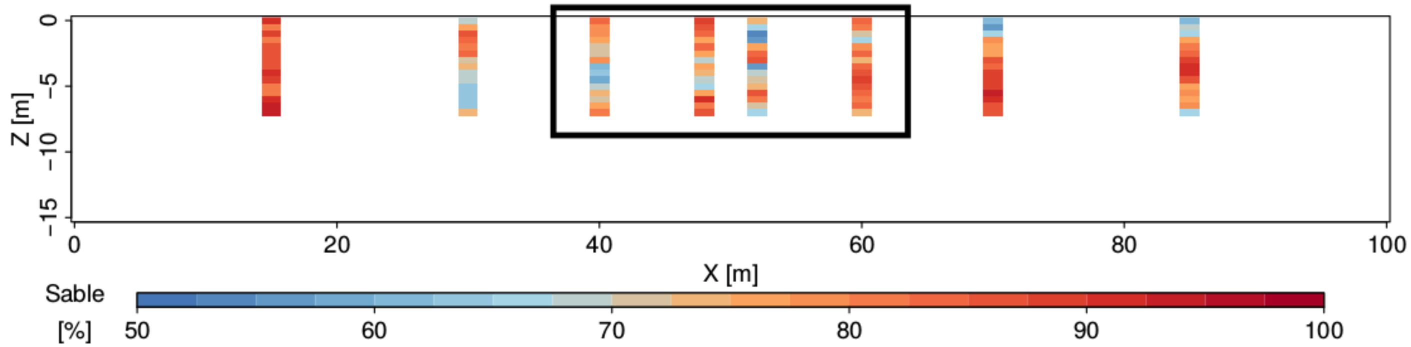
Hypothèses :

- sources de contamination
- charges et gradients hydrauliques
- flux de percolation

connus

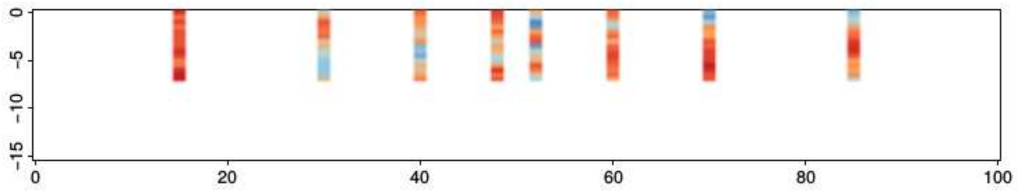


- Milieu (sable, limon, argile) **partiellement connu**



Génération d'un ensemble de panaches

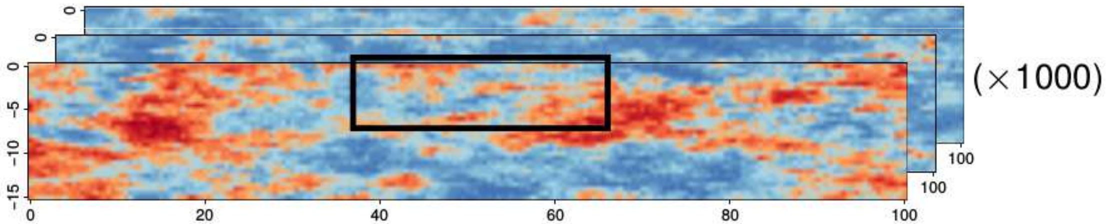
Observations de textures (sable, limon, argile)



Fonction de pédotransfert (Rosetta)

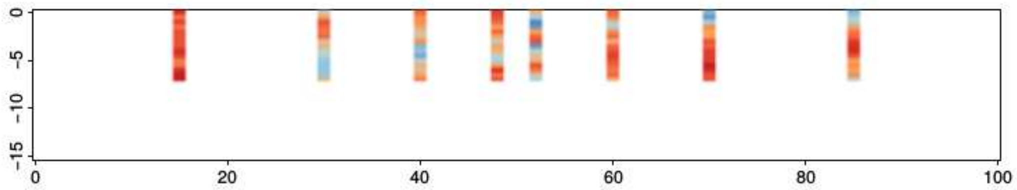
Simulation géostatistiques (R/RGeostats)

Simulations conditionnelles de paramètres hydrauliques (MvG)



Génération d'un ensemble de panaches

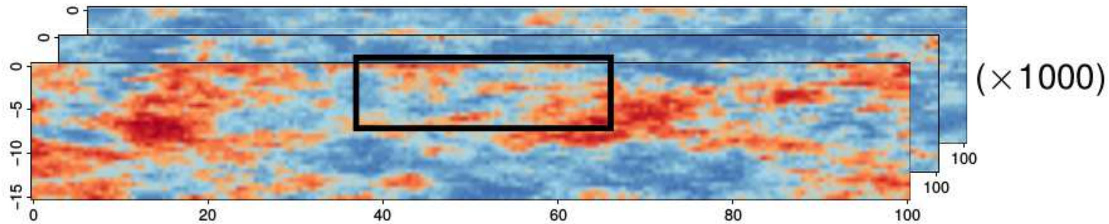
Observations de textures (sable, limon, argile)



Fonction de pédotransfert (Rosetta)

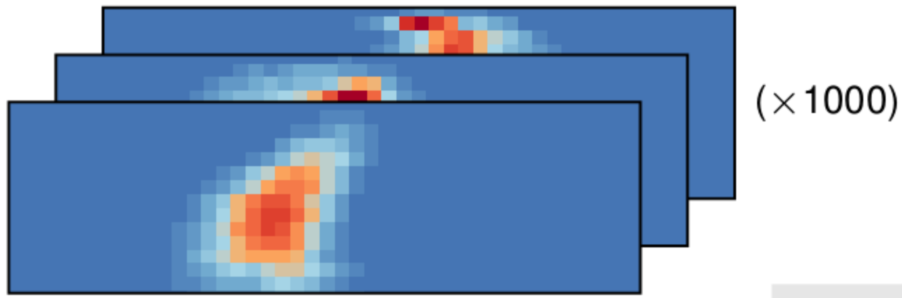
Simulation géostatistiques (R/RGeostats)

Simulations conditionnelles de paramètres hydrauliques (MvG)

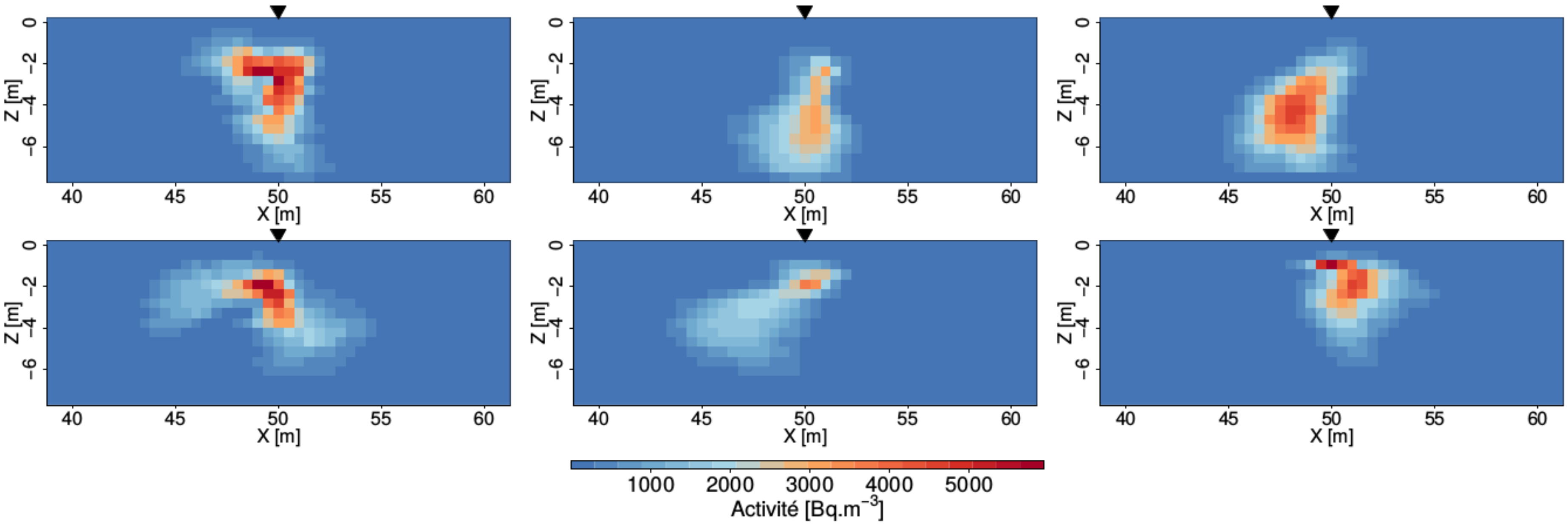


Simulation (MELODIE)

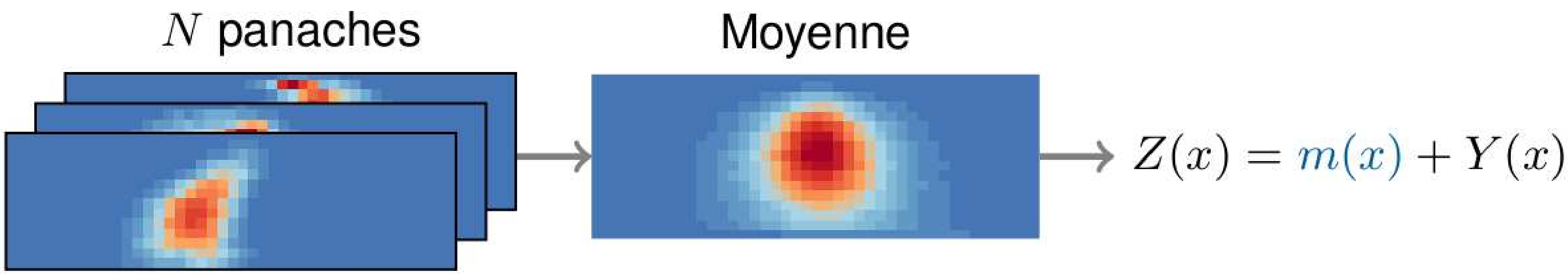
Simulations de panaches de tritium



Quelques panaches simulés



Le krigeage avec dérive externe (KDE)



- Introduction d'information de nature physique dans la dérive
- Prise en compte de l'incertitude sur les paramètres d'entrées des simulations : travail sur un ensemble de panaches
- Dérive : moyenne, médiane, quelques panaches particuliers, etc.

Retour à la définition du variogramme

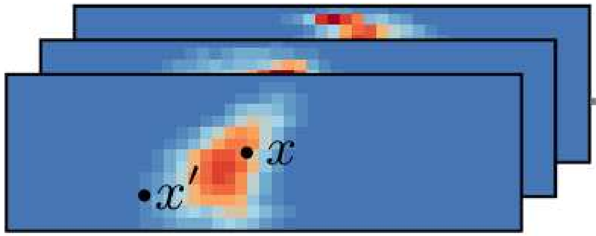
$$\gamma(x, x+h) = 1/2 \; E \; [(Z(x+h)\text{-}Z(x))^2]$$

sans poser d'hypothèse de stationnarité

Calculé à partir des résultats du lot de simulations d'écoulement

Le krigeage avec variogrammes numériques (KVN)

N panaches



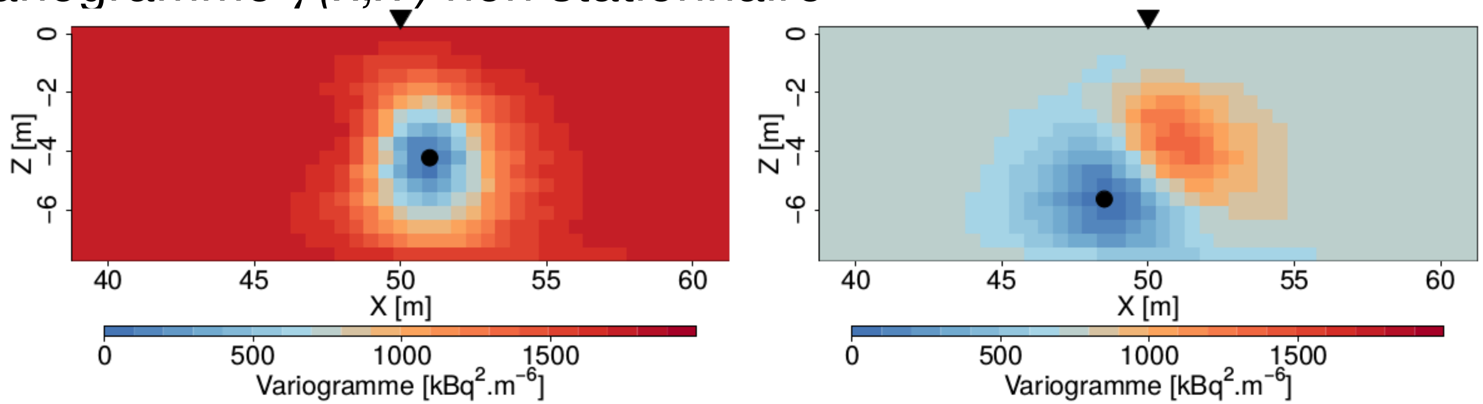
Variogrammes empiriques

$$\longrightarrow \gamma(x,x') = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{2}\left[Z_n(x)-Z_n(x')\right]^2 \longrightarrow \text{Krigeage}$$

- Prise en compte d'information de nature physique et de l'incertitude sur les paramètres d'entrée des simulations
- *γ(x,x')* modèle de variogramme admissible : pour $\{x_1,\ldots,x_K\} \in \mathcal{D}$

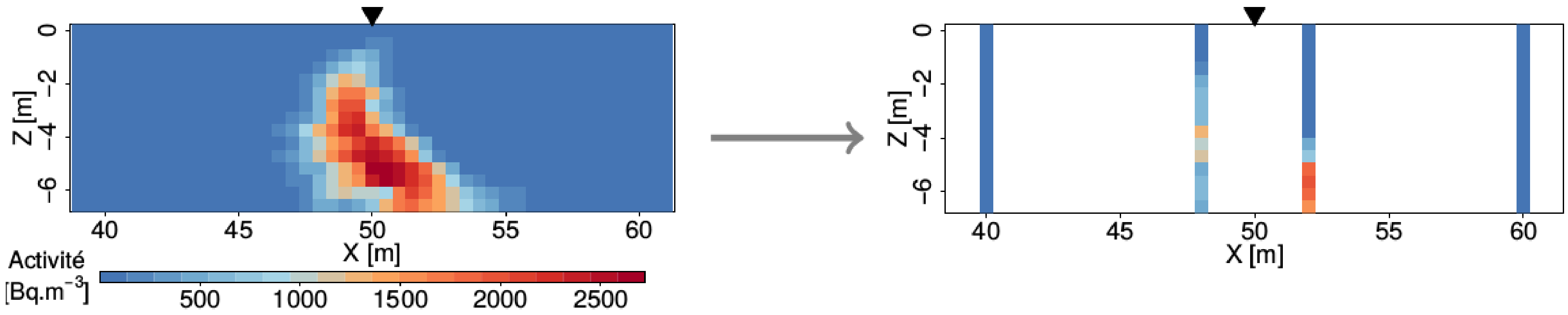
$$\{\omega_1,\ldots,\omega_K\} \in \mathbb{R} \text{ tels que } \sum_{k=1}^{K}\omega_k = 0, \quad -\sum_{k=1}^{K}\sum_{\ell=1}^{K}\omega_k\omega_\ell\gamma(x_k,x_\ell) \geq 0$$

- Variogramme *γ(x,x')* non stationnaire



Evaluation des méthodes d'estimation

Référence que l'on cherche à estimer :



- **Comparaison au krigeage ordinaire usuel**

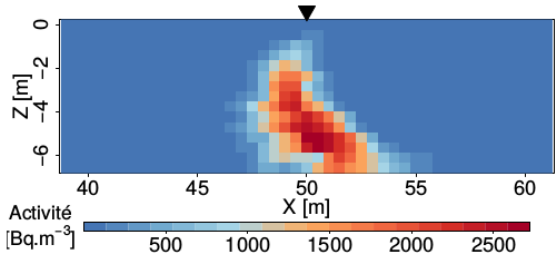
- **Indicateurs de performances** (calculés par rapport à la référence)
  - cartes d'estimation, d'erreur d'estimation et d'écart-type d'erreur de krigeage
  - erreur absolue moyenne

$$\text{EAM}=\frac{1}{n_{\mathcal{D}}}\sum_{i=1}^{n_{\mathcal{D}}}|Z^*(x_i)-Z^{\text{ref}}(x_i)|$$

  - nuages de corrélation entre la référence et les estimations

Résultats d'estimation

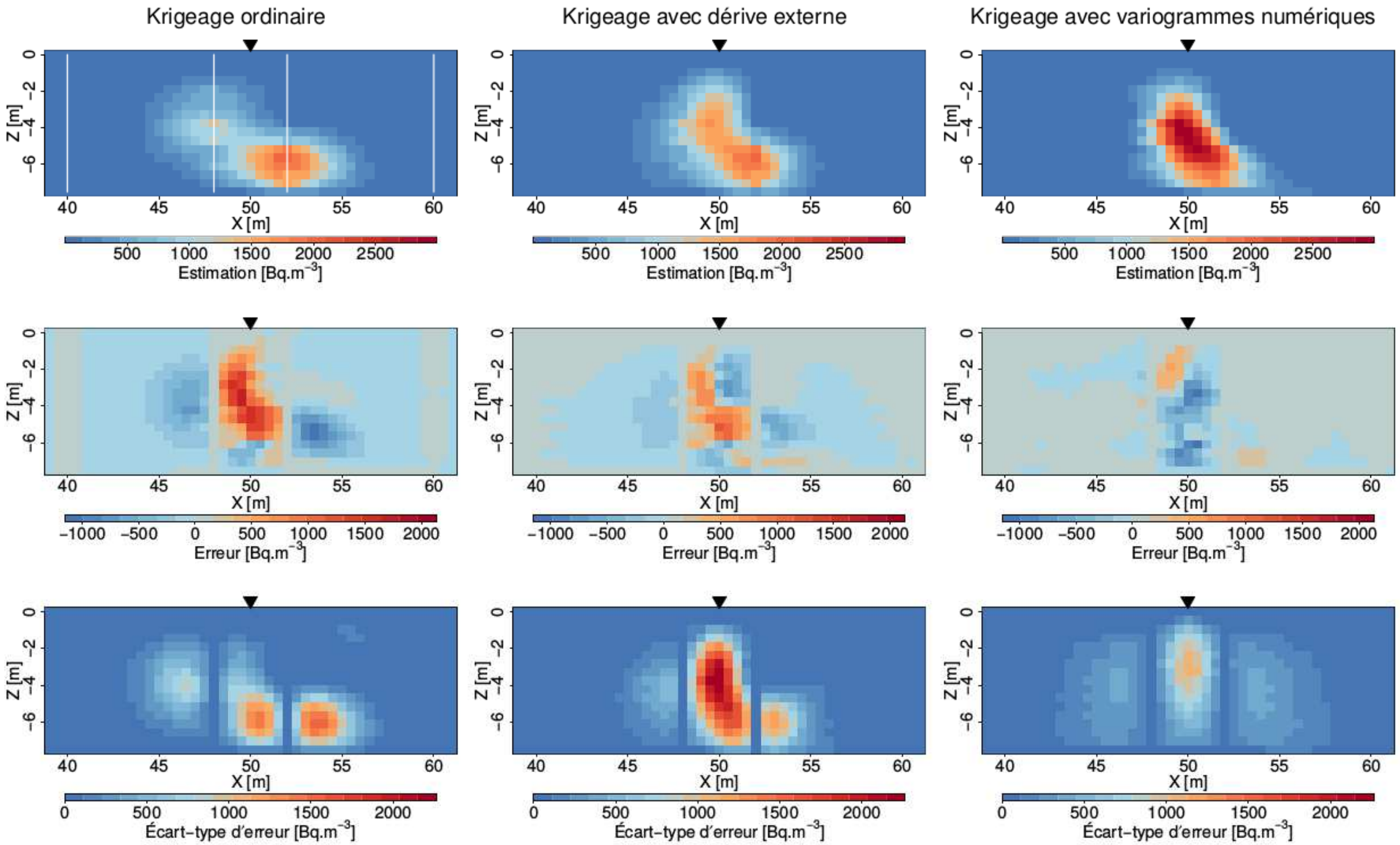
Panache de référence



Estimation

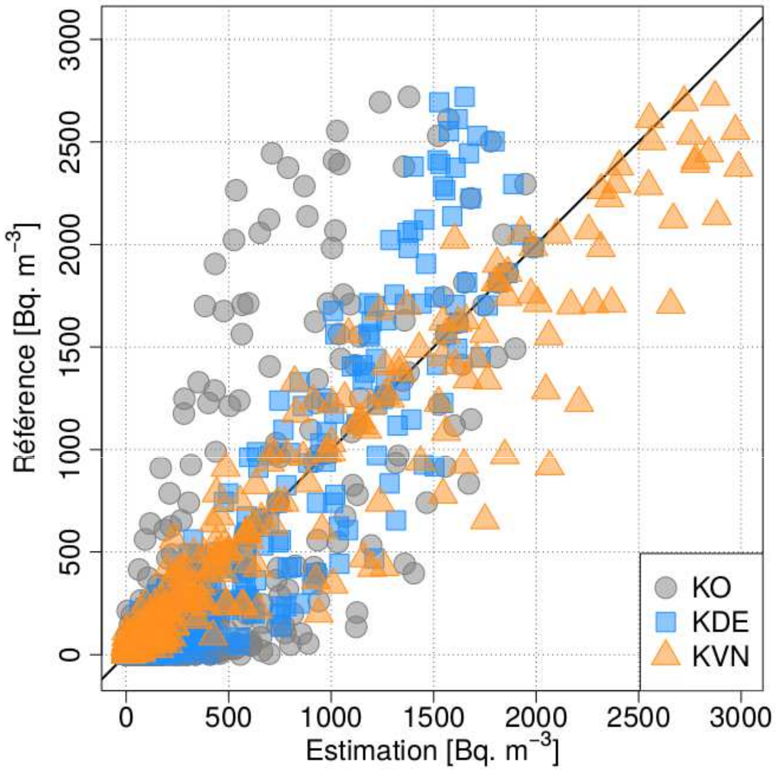
Erreur d'estimation

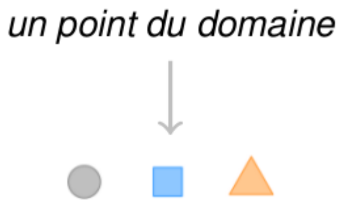
Écart-type de cette erreur



Résultats d'estimation

Erreurs et nuages de corrélation





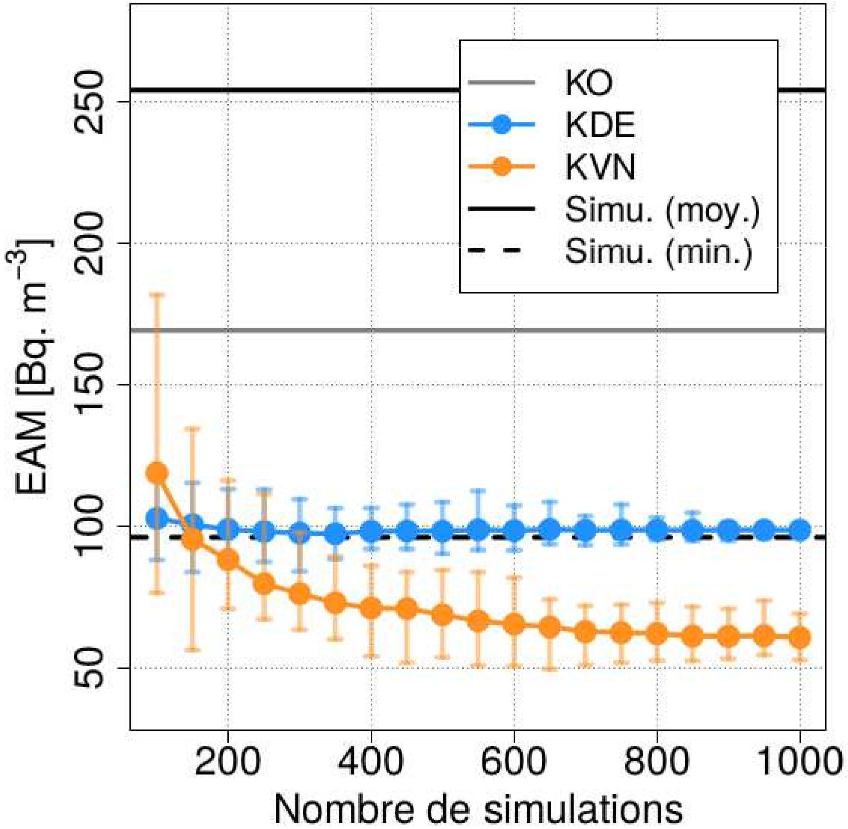
	EAM [Bq.m^{-3}]
KO	169
KDE	98
KVN	**58**

(Pannecoucke et al. 2020, Sci. Total Environ.)

- Erreurs moyennes plus faibles pour le KVN
- Carte d'estimation plus réalistes
- **D'autres indicateurs confirment ces résultats**

Influence du nombre de simulations

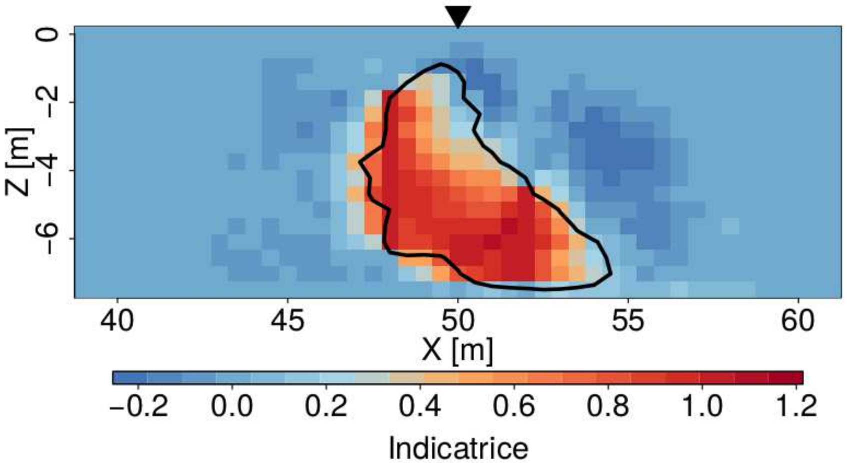
- Différents nombres de simulations (50 tirages avec remise) :
  moyenne utilisée en dérive
  variogramme numérique

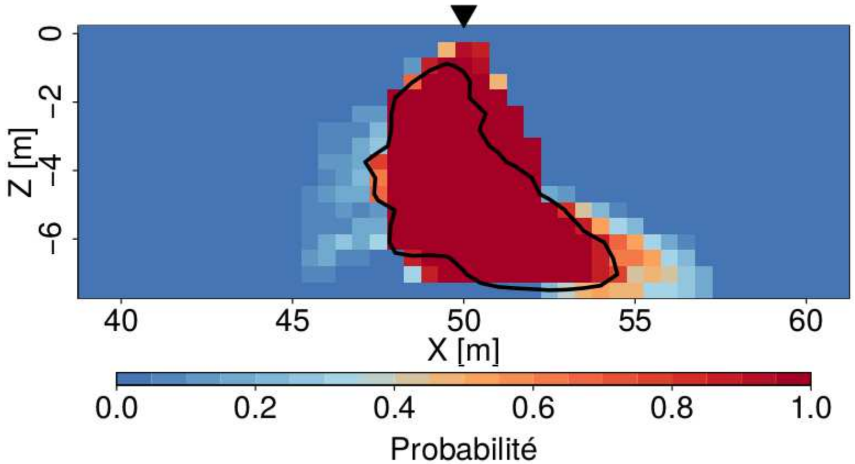


Quantification des incertitudes sur le dépassement d'un seuil

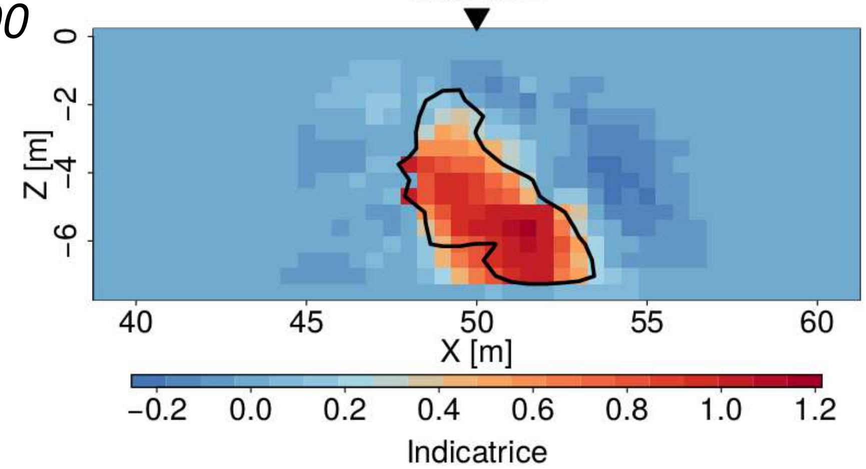
Cokrigeage de l'indicatrice | **Simulations conditionnelles**

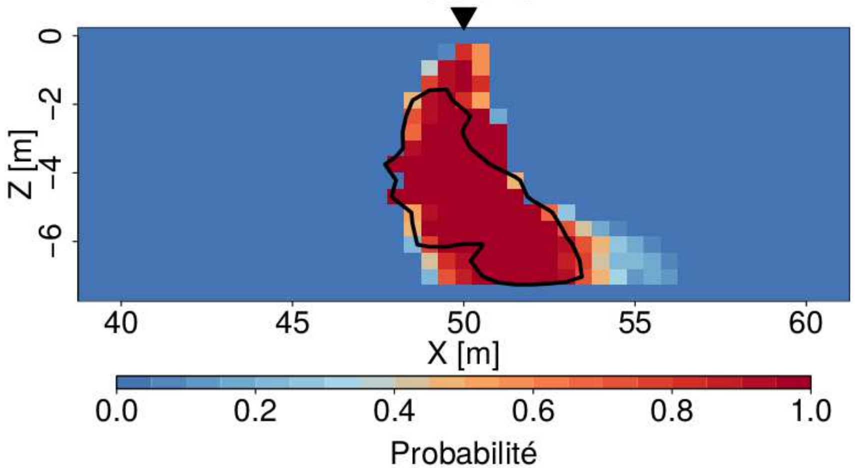
Z_c=500





Z_c=1000





Conclusion

Implémentation et validation des méthodes combinant géostatistique et simulations (Pannecoucke et al. 2020, Sci. Total Environ.)

- KDE et KVN toujours plus précis que le KO
- résultats similaires avec d'autres scénarios d'échantillonnage & références
- KDE moins exigeant en nombre de simulations à base physique
- cas réels : KVN préférable lorsque les simulations d'écoulement sont fiables, comme pour les tests sur cas synthétiques
- méthodes générales, applicables à d'autres contextes

Autre applications

- estimation multivariables (cokrigeage)
- estimations spatio-temporelles et prévisions
- quantification des incertitudes
  - cokrigeage de l'indicatrice de dépassement de seuil
  - simulations géostatistiques à partir des covariances numériques

Conclusion

Méthodes géostatistiques adaptées au contexte temporel
ou spatio-temporel

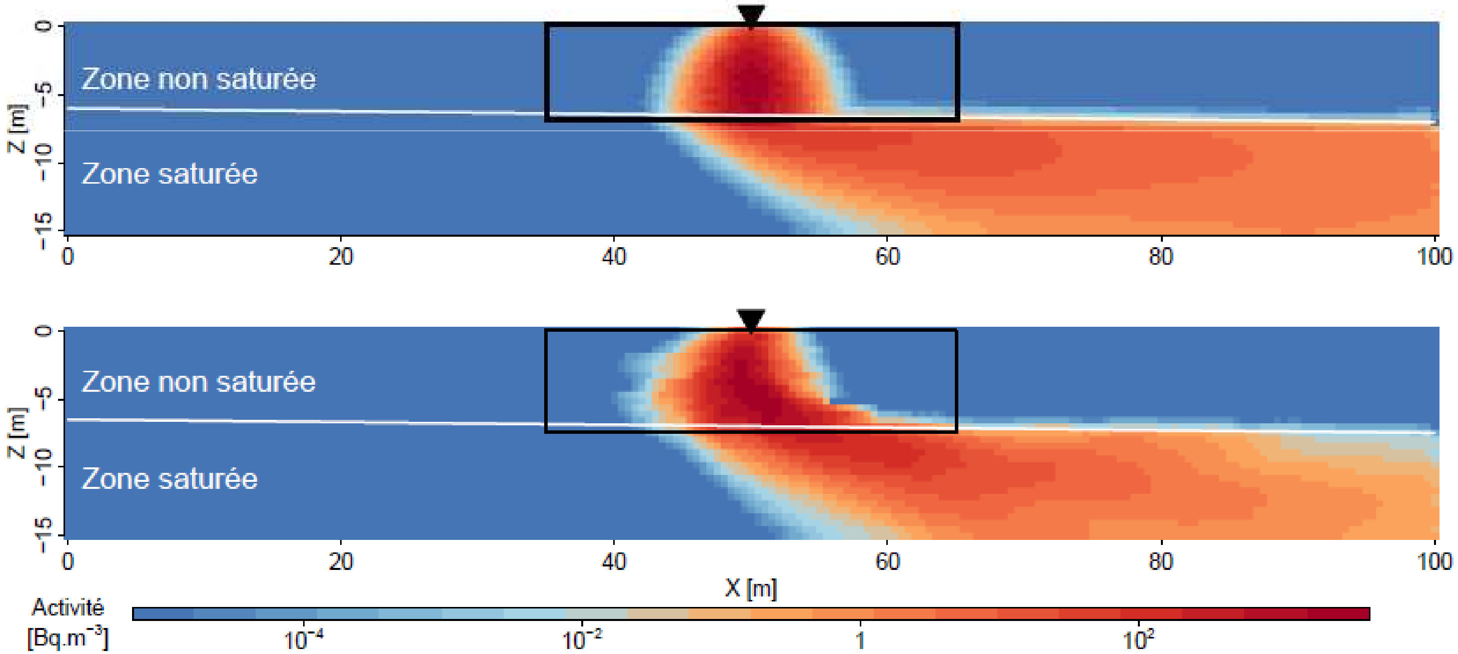
Analyse exploratoire pour

- comprendre le cas particulier étudié, et le décrire
- détecter des anomalies dans les données

► Adapter la modélisation

bien définir les grandeurs à estimer
covariables, dont les moyennes temporelles
quantifier les incertitudes d'estimation
lien avec modélisation hydrogéologique

Merci de votre attention !



Références

-Bernard-Michel C., de Fouquet C. 2005. Geostatistical indicators of waterway quality for nutrients. - In Geostatistics Banff 2004. Leuangthong O., Deutsch C.V. (eds) Springer

- Bernard-Michel C., de Fouquet C. 2005. Geostatistical indicators of nutrients concentrations in streams. In Proceedings IAMG2005 Toronto. Cheng Q. & Bonham-Carter G. (eds), York University, Toronto Canada & GPMR, Wuhan, China. 716-721

- de Fouquet C., Bernard-Michel C. 2006. Modèles géostatistiques de concentrations ou de débits le long des cours d'eau. Comptes-rendus Géosciences. 338(5) 307-318

- de Fouquet C., Malherbe L., Ung A. Geostatistical analysis of the temporal variability of ozone concentrations. Comparison between CHIMERE model and surface observations. Atm. Env. 2011, 45(20) 3343-3514

- L. PANNECOUCKE. Combinaison de la géostatistique et des simulations à base physique – application à la caractérisation de panaches de contaminants. Thèse de Doctorat, PSL – Ecole des Mines de Paris (2020).

- L. PANNECOUCKE et al. "Combining geostatistics and simulations of flow and transport to characterize contamination within the unsaturated zone". Science of The Total Environment 699 (2020), p. 1–13.

- L. PANNECOUCKE et al. "Impact of spatial variability in hydraulic parameters on plume migration within unsaturated surficial formations". Journal of Hydrology 574 (2019), p. 160–168.

- Polus E., de Fouquet C., Flipo N., Poulin M. Caractérisation spatiale et temporelle des « Masses d'Eau Cours d'Eau ». Revue des sciences de l'eau. 2010, 23(4)415-429

- Polus E., Flipo N., de Fouquet C., Poulin M. Geostatistics for assessing the efficiency of distributed physically-based water quality model: application to nitrates in the Seine River. Hydrological Processes. 2011, 25(2)217-233

- M. RIVEST , D. MARCOTTE et P. PASQUIER . “Hydraulic head field estimation using kriging with an external drift : A way to consider conceptual model information”. Journal of Hydrology 361.3 (2008), p. 349–361.

- C. ROTH , J.-P. CHILÈS et C. de FOUQUET . “Combining geostatistics and flow simulators to identify transmissivity”. Advances in Water Resources 21.7 (1998), p. 555–565.

- W. RÜHAAK , K. BÄR et I. SASS . “Combining Numerical Modeling with Geostatistical Interpolation for an Improved Reservoir Exploration”. Energy Procedia 59 (2014), p. 315 –322.

- R. L. SCHWEDE et O. A. CIRPKA . “Interpolation of Steady-State Concentration Data by Inverse Modeling”.Groundwater 48.4 (2010), p. 569–579.

- M. VARENTSOV , I. ESAU et T. WOLF . “High-resolution temperature mapping by geostatistical kriging with external drift from large-eddy simulations”. Monthly Weather Review 148.3 (2019), p. 1029–1048.
X. YANG , G. TARTAKOVSKY et A. M. TARTAKOVSKY . “Physics-Informed Kriging : A Physics-Informed Gaussian Process Regression Method for Data-Model Convergence”. arXiv :1809.03461v2 [stat.ML] (2018), p. 1–24.

La moyenne annuelle (2)

Echantillonnage préférentiel, 1000 simulations

Moyenne des 1000 moyennes annuelles estimées avec 365 mesures	**6.72**

	statistique	géostatistique
Moyenne des 1000 moyennes annuelles estimées avec 18 mesures	**7.62**	**6.72**
Ecart-type d'estimation du modèle	**0.97**	**0.42**
Ecart-type d'estimation expérimental	**0.25**	**0.32**

Modélisation des écoulements en zone non saturée

MELODIE (Modèle d'Évaluation à LOng terme des Déchets Irradiants Enterrés), IRSN

Ecoulement en milieu à saturation variable

$$\frac{\partial \theta(h)}{\partial t} + S_s S(\theta)\frac{\partial h}{\partial t} = \mathrm{div}\left(\overline{\overline{K}}(h)\overrightarrow{\mathrm{grad}h}\right)$$

Transport de radionucléides

$$\mathrm{div}\left[\left(\overline{\overline{D}}\vec{U} + \omega d\right)\overrightarrow{\mathrm{grad}}C - \vec{U}C\right] = \omega' R\frac{\partial C}{\partial t} + \omega'\lambda RC$$

avec vitesse de Darcy

$$\vec{U} = -\overline{\overline{K}}\overrightarrow{\mathrm{grad}h}$$

où : t temps, θ teneur en eau, K conductivité hydraulique, h charge hydraulique, S_S coeff. d'emmagasinement, S saturation en eau, D dispersivité, d coeff. de diffusion moléculaire, ω porosité, ω' porosité efficace, λ constante de décroissance radioactive, R coeff. de retard

Modèle de Mualem-van Genuchten (MvG)